
Gerhard Kahl & Florian Libisch
STATISTISCHE PHYSIK 1 (VU – 136.020)
6. Tutoriumstermin (13.5.2016)

T18. Gegeben ist ein ideales Gas von N identischen, zweiatomigen Molekülen, die sich in einem Teilvolumen des \mathbb{R}^3 befinden. Die Hamilton-Funktion eines Moleküls ist durch

$$\mathcal{H}_{\text{mol}}(\mathbf{p}_{1A}, \mathbf{p}_{1B}, \mathbf{q}_{1A}, \mathbf{q}_{1B}) = \frac{\mathbf{p}_{1A}^2}{2m} + \frac{\mathbf{p}_{1B}^2}{2m} + A|\mathbf{q}_{1A} - \mathbf{q}_{1B}|^2$$

gegeben, wobei A positiv ist und sich die Indizes 'A' und 'B' auf die beiden Atome beziehen.

Die Hamilton-Funktion des Gesamtsystems ist durch

$$\mathcal{H}_{\text{ges}}(\mathbf{p}_A^N, \mathbf{p}_B^N, \mathbf{q}_A^N, \mathbf{q}_B^N) = \sum_{i=1}^N \mathcal{H}_{\text{mol}}(\mathbf{p}_{iA}, \mathbf{p}_{iB}, \mathbf{q}_{iA}, \mathbf{q}_{iB})$$

gegeben.

Berechnen Sie im kanonischen Ensemble

- (a) die Zustandssumme, die freie Energie sowie die Wärmekapazität des Systems;
- (b) interpretieren Sie das Ergebnis aus (a) in Hinblick auf den Gleichverteilungssatz;
- (c) den mittleren quadratischen Abstand der Atome in einem Molekül, also $\langle |\mathbf{q}_{iA} - \mathbf{q}_{iB}|^2 \rangle_k$, als Funktion der Temperatur T

Hinweis: bei der Berechnung der Zustandssumme empfiehlt es sich, Schwerpunkts- und Abstandsvektoren innerhalb jedes Moleküls einzuführen.

T19. Betrachten Sie ein klassisches ideales Gas in einem Behälter mit Volumen V .

- (a) Der Behälter wird in Kontakt mit einem Wärmebad gebracht. Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme, und daraus das chemische Potential über seine Definition

$$\mu = \left(\frac{\partial F}{\partial N} \right)_{V,T}$$

mit der freien Energie F . Wie verhält sich μ als Funktion von T ? (Hinweis: Stirling-Formel)

- (b) Der Behälter werde nun auch noch in Kontakt mit einem Teilchenreservoir (chemisches Potential μ) gebracht. Berechnen Sie die großkanonische Zustandssumme, und daraus den Erwartungswert für die Teilchenzahl $\langle N \rangle$.

- (c) Zeigen Sie, dass im Limes großer Teilchenzahlen die kanonische und großkanonische Beziehung zwischen μ und N kompatibel sind.

T20. Betrachten Sie einen eindimensionalen quantenmechanischen harmonischen Oszillator.

- (a) Geben Sie für drei Spin- $\frac{1}{2}$ Teilchen (Fermionen) die ersten drei niedrigsten Energieniveaus und ihre Entartung an;
- (b) Geben Sie für drei Spin-0 Teilchen (Bosonen) die ersten drei niedrigsten Energieniveaus und ihre jeweilige Entartung an;

Ein Einteilchenzustand des Oszillators sei durch einen Dichteoperator der Form

$$\rho = c \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} |n\rangle \langle n|$$

(mit Normierungskonstante c) beschrieben. Hierbei seien die $|n\rangle$ die Eigenzustände des Harmonischen Oszillators mit $H |n\rangle = \hbar\omega(n + \frac{1}{2}) |n\rangle$.

- (c) Handelt es sich um einen reinen oder einen gemischten Zustand? Bestimmen Sie die Normierungskonstante c ;
- (d) Berechnen Sie die Energie des Systems;

Zu kreuzen: 18ab [2 Punkte], 18c, 19a, 19b, 19c, 20a, 20b, 20c, 20d